

Model Rantai Markov dan Model ARIMA serta Kombinasi dalam Memprediksi Curah Hujan di Kota Makassar

Ahmad Zaki¹, Wahidah Sanusi¹, Saiful Bahri^{1,a)}

¹⁾Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Makassar, 90224

^{a)} mailbox.saiful@gmail.com

Abstrak. Curah hujan merupakan suatu data deret waktu yang bersifat kontinu, namun juga dapat diformulasikan sebagai peubah diskrit yaitu dengan menggolongkan suatu hari menjadi hujan dan tidak hujan. Curah hujan yang dicatat oleh pos hujan dapat digunakan untuk memprediksi curah hujan pada waktu yang akan datang melalui pemodelan deret waktu ARIMA musiman, Rantai Markov atau dengan campuran keduanya. Tujuan penelitian ini adalah untuk memodelkan dan memprediksi curah hujan dengan campuran Rantai Markov dan model deret waktu. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah curah hujan bulanan kota Makassar tahun 2007 sampai 2017. Campuran model deret waktu lebih sesuai digunakan untuk memprediksi curah hujan bulanan dibandingkan dengan pemodelan deret waktu saja hal ini dapat dilihat dari nilai MSE.

Kata Kunci: Rantai Markov, Deret Waktu, ARIMA Musiman

Abstract. Rainfall is a time series data that is continuous, but can also be formulated as a discrete variable that is by classifying one day as rain and not raining. Rainfall recorded by rain posts can be used to predict rainfall in the future through seasonal ARIMA time series modeling, Markov Chain or with a mixture of both. The purpose of this study is to model and predict rainfall with a mixture of Markov Chains and time series models. The data used in this study is the monthly rainfall in Makassar city from 2007 to 2017. A mixture of time series models is more suitable to predict monthly rainfall than with time series modeling, this can be seen from the MSE value.

Keywords: Markov chain, Time Series, seasonal ARIMA.

PENDAHULUAN

Hidrologi merupakan ilmu yang berkaitan dengan air di bumi, salah satunya tentang curah hujan. Pengukuran curah hujan dilakukan setiap hari dan hasilnya dapat digunakan sebagai informasi hidrologi, misalnya untuk memprediksi curah hujan yang akan datang. Curah hujan yang dicatat merupakan suatu data deret waktu yang bersifat kontinu, namun juga dapat diformulasikan sebagai peubah diskrit. Oleh karena itu, prediksi curah hujan dapat dilakukan melalui pemodelan deret waktu maupun dengan rantai Markov.

Secara umum Kota Makassar mengalami musim hujan pada bulan November-April dan musim kemarau pada bulan Mei-Oktober. Curah hujan rata-rata tahunan sekitar 256.08 mm/bulan (Badan Pusat Statistika Kota Makassar). Namun, terkait dengan perubahan iklim di Sulawesi-Selatan, bulan Agustus-September biasanya masih merupakan musim kemarau, namun kali ini masuk kategori musim kemarau basah sehingga hujan di beberapa wilayah di Kota Makassar kerap terjadi.

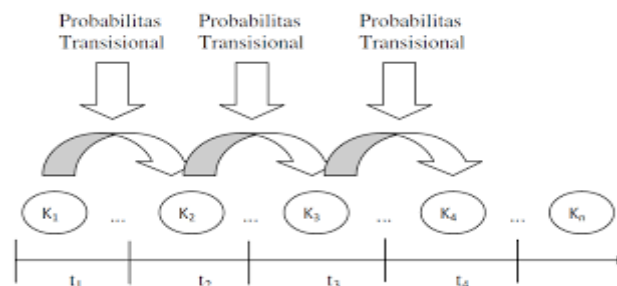
Model deret waktu merupakan salah satu bagian dari ilmu matematika yang paling banyak dipelajari oleh para ilmuwan, khususnya para peneliti, baik ilmuwan bidang sosial maupun eksakta. Model ARIMA (*autoregresif integrated moving average*) merupakan salah satu model deret waktu yang berbentuk system simultan. (Pratiwi., 2012).

Pemodelan curah hujan dengan rantai Markov sudah pernah dilakukan oleh Gunawan (2007) yaitu membandingkan metode rantai Markov dan regresi logistik untuk memprediksi hari hujan dan tidak hujan di Kota Malang, namun belum dapat memprediksi curah hujan. Oleh karena itu, penelitian ini akan mengembangkan rantai Markov untuk memprediksi curah hujan melalui kombinasi rantai Markov dan model deret waktu dengan satuan waktu bulanan. Karena dengan

model campuran apabila diprediksi tidak terjadi hujan, maka curah hujan dalam bulan tersebut adalah nol atau tidak terjadi hujan samasekali.

KAJIAN PUSTAKA

Proses Markov digunakan untuk mengukur atau mengetimasi pergerakan yang terjadi setiap saat. Proses ini melibatkan penggunaan matriks transisi markov, dimana setiap nilai dalam matriks transisi adalah probabilitas pergerakan dari suatu keadaan ke keadaan lainnya (syafuruddin ,Irma & Sukarna., 2014).



GAMBAR 1. Peristiwa Rantai Markov

Untuk setiap waktu t , ketika kejadian adalah K_t dan seluruh kejadian sebelumnya adalah $K_{t(j)}$, $\dots, K_{t(j-n)}$ yang terjadi dari proses yang diketahui, probabilitas seluruh kejadian yang datang $K_{t(j)}$ hanya bergantung pada kejadian $K_{t(j-1)}$ dan tidak bergantung pada kejadian-kejadian sebelumnya yaitu $K_{t(j-1)}, K_{t(j-2)}, \dots, K_{t(j-n)}$ (Syafuruddin ,Irma & Sukarna., 2014).

Probabilitas menunjukkan kemungkinan terjadinya suatu peristiwa yang bersifat acak. Suatu peristiwa disebut acak jika terjadi peristiwa tersebut tidak diketahui sebelumnya. Oleh karena itu probabilitas dapat digunakan sebagai alat ukur terjadinya peristiwa dimasa yang akan datang.

Jika S mempunyai n anggota dan A sebuah peristiwa yang diturunkan dari S , maka :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (1)$$

Dimana : $P(A)$ adalah probabilitas terjadinya peristiwa A , $n(A)$ adalah banyaknya peristiwa A dan $n(S)$ adalah banyaknya peristiwa S (Syafuruddin ,Irma & Sukarna., 2014).

Deret waktu merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap. Analisis deret waktu adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilitastik keadaan yang akan terjadi di masa yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan (Aswi & Sukarna, 2006).

Menurut Anugerah (2007) Tahapan dalam metode ARIMA yaitu :

1. Tahap identifikasi
2. Tahap penaksiran parameter
3. Tahap pemeriksaan diagnostic.
4. Peramalan dengan model yang paling sesuai.

Pada model kombinasi Hasil prediksi Rantai Markov Berupa bulan hujan (1) dan bulan tidak hujan (0). Hasil dari model camputran didapat dengan mengalikan hasil prediksi Rantai Markov berupa bulan hujan dan tidak hujan dalam bentuk 0 dan 1 (Pratiwi, 2012)

METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini, penulis melakukan pengambilan data sekunder mengenai data curah hujan bulanan di Kota Makassar yang diambil dari website Badan Meteorologi, Klimatologi dan Geofisika (BMKG) Kota Makassar Sulawesi Selatan, dari Januari 2007 sampai Desember 2017 di Stasiun Meteorologi Maritim Paotere.

Penelitian ini merupakan jenis penelitian terapan, dengan menggunakan metode ARIMA untuk meramalkan curah hujan dan Metode Rantai Markov pada kategori hari hujan dan tidak hujan. Pengambilan data curah hujan di kantor BMKG. untuk selanjutnya dianalisis dengan menggunakan program komputer berupa software MINITAB 16 dan Microsoft Excel.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Prediksi dengan menggunakan Rantai Markov

Untuk menentukan matriks peluang transisi digunakan tabel perubahan keadaan sebagai berikut:

Tabel 1. Tabel perubahan keadaan

Keadaan Bulan	Bulan Hujan	Bulan Tidak Hujan	Jumlah
Bulan hujan	8	9	17
Bulan Tidak hujan	94	9	102

Dengan menggunakan persamaan (1) akan diperoleh :

$$P_{11} = \frac{n(1)}{n(s)} = \frac{8}{17} = 0,471$$

$$P_{12} = \frac{n(2)}{n(s)} = \frac{9}{17} = 0,529$$

$$P_{21} = \frac{n(1)}{n(s)} = \frac{94}{102} = 0,922$$

$$P_{22} = \frac{n(2)}{n(s)} = \frac{8}{102} = 0,078$$

Dari nilai P yang dihasilkan dari tabel perubahan dapat ditentukan nilai dari matriks probabilitas transisi yang juga merupakan model rantai markov yang dihasilkan.

$$P = \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix}$$

Prediksi bulan hujan dan tidak hujan dilakukan berdasarkan pengamatan pada bulan sebelumnya dan matriks peluang transisi. Apabila keadaan bulan sebelumnya hujan maka bentuk matriksnya yaitu : $\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$, dan apabila bulan tersebut tidak hujan maka bentuk matriksnya yaitu : $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Karena pada bulan sebelumnya merupakan bulan tidak hujan yaitu pada bulan desember 2016 maka digunakan matriks $\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ untuk memprediksi apakah bulan setelahnya hujan atau tidak hujan dengan cara mengalikannya dengan matriks probabilitas transisi (**P**). Berikut hasil prediksi curah hujan bulanan Kota Makassar Tahun 2017 dengan menggunakan metode markov

$$\begin{aligned}
\text{Bulan Januari} &= [0 \quad 1]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,471 \quad 0,529] \\
\text{Bulan Februari} &= [0,471 \quad 0,529]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,710 \quad 0,290] \\
\text{Bulan Maret} &= [0,710 \quad 0,290]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,602 \quad 0,398] \\
\text{Bulan April} &= [0,602 \quad 0,398]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,651 \quad 0,349] \\
\text{Bulan Mei} &= [0,651 \quad 0,349]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,629 \quad 0,371] \\
\text{Bulan Juni} &= [0,629 \quad 0,371]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,638 \quad 0,362] \\
\text{Bulan Juli} &= [0,638 \quad 0,362]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,634 \quad 0,366] \\
\text{Bulan Agustus} &= [0,634 \quad 0,366]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,636 \quad 0,364] \\
\text{Bulan September} &= [0,636 \quad 0,364]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,635 \quad 0,365] \\
\text{Bulan Oktober} &= [0,635 \quad 0,365]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,636 \quad 0,364] \\
\text{Bulan November} &= [0,636 \quad 0,364]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,635 \quad 0,365] \\
\text{Bulan Desember} &= [0,635 \quad 0,365]X \begin{bmatrix} 0,471 & 0,529 \\ 0,922 & 0,078 \end{bmatrix} = [0,635 \quad 0,365]
\end{aligned}$$

Hasil prediksi Hasil Prediksi Rantai Markov Pada tahun 2017, dinyatakan pada tabel 2 :

Tabel 2. Hasil Prediksi Rantai Markov Pada tahun 2017

Bulan	Hasil Prediksi
Januari	Tidak Hujan (0)
Februari	Hujan (1)
Maret	Hujan (1)
April	Hujan (1)
Mei	Hujan (1)
Juni	Hujan (1)
Juli	Hujan (1)
Agustus	Hujan (1)
September	Hujan (1)
Oktober	Hujan (1)
November	Hujan (1)
Desember	Hujan (1)

Prediksi dengan Model Deret Waktu

Prediksi dengan model deret waktu menggunakan program komputer berupa software MINITAB 16, dan di dapatkan estimasi model sebagai berikut :

Final Estimates of Parameters					
Type		Coef	SE Coef	T	P
AR	1	0,5212	0,1001	5,21	0,000
SMA	12	0,8144	0,0962	8,47	0,000
Constant		-1,186	6,386	-0,19	0,853

Differencing: 0 regular, 1 seasonal of order 12

Gambar 2. Hasil estimasi model

Pada tahap penaksiran model dengan mengamati plot ACF dan PACF terdapat tiga model yang sementara yang dihasilk sebelum ke tahap identifikasi model yaitu, ARIMA (1,0,0) (1,1,0)¹², ARIMA (1,0,0) (0,1,1)¹², dan ARIMA (1,0,0) (1,1,1)¹²

Dari ketiga model hasil identifikasi setelah dilakukan pemeriksaan model dengan menggunakan bantuan program minitab, model yang sesuai untuk digunakan adalah model ARIMA (1,0,0) (0,1,1)¹², karena nilai P baik AR ataupun MA lebih kecil dari nilai $\alpha=0,05$

Dari proses pemeriksaan diagnostic diperoleh bahwa model ARIMA (1,0,0) (0,1,1)¹² dapat digunakan untuk meramalkan curah hujan. Model tersebut digunakan untuk meramalkan curah hujan dari Januari 2017 - Desember 2017. Dan model ini juga akan dikombinasikan dengan Rantai Markov untuk membandingkan keefektifannya jika hanya menggunakan model ARIMA.

Prediksi Model Gabungan Rantai Markov dan Model ARIMA

Model gabungan Rantai Markov dan Model Arima yaitu dengan mengalikan hasil dari prediksi rantai markov dengna hasil prediksi dari ARIMA.

Tabel 3. Hasil Prediksi Rantai Markov, ARIMA dan nilai MSE

Bulan	Curah Hujan Bulanan tahun 2017	Hasil Prediksi Rantai Markov	Hasil Prediksi ARIMA	Hasil Prediksi Kombinasi Rantai Markov dan ARIMA
Januari	732	0	459,5	0
Februari	399,9	1	367,06	367,06
Maret	449	1	439,83	439,83
April	225	1	330,06	330,06
Mei	45	1	391,81	391,81
Juni	194,1	1	425,17	425,17
Juli	21,4	1	229,74	229,74
Agustus	51,9	1	191,16	191,16
September	68	1	126,95	126,95
Oktober	90,3	1	174,4	174,4
November	496	1	176,56	176,56
Desember	955,5	1	300,65	300,65
MSE (mean square error)			25,05416667	14,713333

Berdasarkan hasil prediksi curah hujan dengan menggunakan Rantai Markov, ARIMA musiman serta gabungan dari keduanya di dapati bahwa informasi yang dihasilkan Rantai Markov tidak mutlak menjadi suatu keputusan, karena sifatnya yang hanya memberikan bantuan dalam proses pengambilan keputusan.

Dengan mengamati hasil dari prediksi ARIMA dan gabungan Rantai Markov dan ARIMA hasil MSE (*mean square error*) terlihat bahwa nilai MSE dari ARIMA yaitu 25,0541 lebih besar daripada nilai MSE dari gabungan Rantai Markov dan ARIMA itu menunjukkan bahwa prediksi curah hujan dengan Metode ARIMA dan dibantu dengan metode Rantai Markov itu menghasilkan hasil ramalan yang lebih efektif jika hanya metode ARIMA saja yang digunakan.

KESIMPULAN

Informasi yang dihasilkan Rantai Markov tidak mutlak menjadi suatu keputusan, karena sifatnya yang hanya memberikan bantuan dalam proses pengambilan keputusan, sehingga metode Rantai Markov yang menghasilkan prediksi curah hujan berupa bulan hujan dan tidak hujan berfungsi untuk membantu model ARIMA dalam menghasilkan keputusan. Dari proses pemeriksaan diagnostic diperoleh bahwa model ARIMA musiman $(1,0,0)$ $(0,1,1)$ ¹² dapat digunakan untuk meramalkan curah hujan.

Kombinasi campuran Rantai Markov dan model deret waktu ARIMA musiman lebih sesuai digunakan untuk memprediksi curah hujan bulanan. Hal ini didasarkan pada nilai MSE (*Mean Square Error*) model kombinasi yang lebih kecil jika dibandingkan dengan model deret waktu. Namun, nilai MSE kedua model tersebut relatif besar, sehingga perlu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan model campuran lain yang dapat menggambarkan fenomena curah hujan dengan lebih baik.

DAFTAR PUSTAKA

Aswi & Sukarna. (2006). *Analisis Deret Waktu*. Makassar: Andira Publisher

Anugerah P. (2007). *Perbandingan Jaringan Syaraf Tiruan Backpropagation Dan Metode Deret Berkala Box-Jenkins (Arima) Sebagai Metode Peramalan Curah Hujan* (Skripsi). Universitas Negeri Semarang, Semarang.

Pratiwi R. . (2012). *Pemodelan Curah Hujan Dengan Rantai Markov* (Skripsi). Universitas Brawijaya, Malang.

Syafruddin S, Irma S, & Sukarna. (2014). Aplikasi Analisis Rantai Markov untuk Memprediksi Status Pasien Rumah Sakit Daerah Kabupaten Barru. *Online Jurnal of Natural Science*, Vol.3(3). 313-321